

問題 1~2 を解き、その解答を提出せよ。提出するレポートには、所属、学生証番号、名前を記入せよ。

提出方法：レポートを講義の時に直接提出。

〆切: 2017年11月8日(水) 10:20

問題1 命題論理に関する次の(a)~(j)の問いに答えよ。

(a) 同値関係  $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\alpha \Rightarrow \gamma) \equiv \alpha \Rightarrow (\beta \wedge \gamma)$  が成り立つことを示せ。

(b) 同値関係  $(\alpha \vee \beta) \Rightarrow \gamma \equiv (\alpha \Rightarrow \gamma) \wedge (\beta \Rightarrow \gamma)$  が成り立つことを示せ。

(c) 同値関係  $\alpha \Rightarrow \beta \equiv \neg\beta \Rightarrow \neg\alpha$  が成り立つことを示せ。

(d) 同値関係  $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\alpha \Rightarrow \neg\beta) \equiv \neg\alpha$  が成り立つことを示せ。

(e) 同値関係  $\alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow (\gamma \Rightarrow \delta)) \equiv (\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \Rightarrow \delta$  が成り立つことを示せ。

(f) 伴意関係  $\alpha \wedge \beta \wedge \gamma \models \alpha \vee \beta \vee \gamma$  が成り立つことを示せ。

(g) 伴意関係  $(\alpha \Rightarrow (\beta \vee \gamma)) \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma \models \neg\alpha$  が成り立つことを示せ。

(h) 伴意関係  $\neg\alpha \models \alpha \Rightarrow \beta$  が成り立つことを示せ。

(i) 伴意関係  $((\alpha \Rightarrow \beta) \Rightarrow \gamma) \Rightarrow \delta \models (\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \Rightarrow \delta$  が成り立つことを示せ。

(j) 伴意関係  $(\alpha \Leftrightarrow (\gamma \vee \delta)) \wedge (\beta \Leftrightarrow (\gamma \vee \delta)) \models (\gamma \Rightarrow (\alpha \wedge \beta)) \wedge (\delta \Rightarrow (\alpha \wedge \beta))$  が成り立つことを示せ。

問題2  $2 \times 2$ のワンパスワールドを命題論理で表現することを考える。 $[i, j]$ のマスに穴があることを命題記号 $P_{i,j}$ で記述し、風が吹いていることを命題記号 $B_{i,j}$ で記述することにする。次の(a)~(b)に答えよ。

(a) 次の知識ベース $KB_1$ と $KB_2$ が $KB_1 \models KB_2$ の伴意関係にあることを示せ。

$$\begin{aligned}KB_1: \quad & B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{2,1} \vee P_{1,2}) \\ & B_{1,2} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2}) \\ & B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2}) \\ & B_{2,2} \Leftrightarrow (P_{2,1} \vee P_{1,2})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}KB_2: \quad & P_{1,1} \Rightarrow (B_{2,1} \wedge B_{1,2}) \\ & P_{1,2} \Rightarrow (B_{1,1} \wedge B_{2,2}) \\ & P_{2,1} \Rightarrow (B_{1,1} \wedge B_{2,2}) \\ & P_{2,2} \Rightarrow (B_{2,1} \wedge B_{1,2})\end{aligned}$$

(b) (a)で与えられた $KB_1$ と $KB_2$ について逆方向の伴意関係  $KB_2 \models KB_1$  が成り立つか成り立たないか答えよ。成り立つ場合はそれを証明し、成り立たない場合は反例を一つ示せ。