知識工学　第8回

二宮　崇

教科書と資料

- 教科書
  - Artificial Intelligence: A Modern Approach (3rd Edition): Stuart Russell, Peter Norvig (著), Prentice Hall, 2009

- この講義のウェブサイト

http://aiweb.cs.ehime-u.ac.jp/~ninomiya/ke/

本日の講義内容

- 一階述語論理による推論(§9)
  - 融合法 (§9.5)
    - 連言標準形(CNF)への変形(§9.5.1)
    - 融合推論規則(§9.5.2)
    - 証明の例題(§9.5.3)

一階述語論理による推論(§9)
融合法 (§9.5)

- 前回までに紹介した一階述語論理は必ずしもどんな場合にでも適用できる証明の方法ではなかった

- 命題論理の融合法から一階述語論理の融合法へ

融合法 (§9.5)

- 一階述語論理のための融合法
  - 命題論理の融合法と手順は同じ
  - 知識ベースKB
  - 質問α
  - $KB \land \neg\alpha$が充足不能であることを示すことで、$KB \vDash \alpha$を示す

融合法 (§9.5)

- 一階述語論理のための融合法のアルゴリズム

1. $KB \land \neg\alpha$を連言標準形(conjunctive normal form: CNF)に変換し、その結果を節集合KB'とする。

2. 節集合KB' に対し融合規則を適用し、$KB' \vDash R$となるRをみつけRを節集合KB'に追加する(KB'は更新される)。この操作(推論)を$KB' \vdash R$と書くことにする。

3. 追加できる新しい節がない場合、KBからαを伴意しないことがわかる

4. 偽($= 0$)が得られたら、KBからαを伴意することがわかる

5. 2.に戻る

融合法 (§9.5)

- 連言標準形(CNF)は次の形をした文である。

$$(l_{1,1} \vee l_{1,2} \vee \cdots) \wedge (l_{2,1} \vee l_{2,2} \vee \cdots) \wedge \cdots \wedge (l_{n,1} \vee l_{n,2} \vee \cdots)$$

- $l_{i,j}$はリテラルと呼ばれる
- リテラルは原子文または原子文の否定のいずれかである。
- 原子文は正リテラルと呼ばれる
- 原子文の否定は負リテラルとも呼ばれる
- $(l_{i,1} \vee l_{i,2} \vee \cdots)$は節と呼ばれる

- 任意の一階述語論理の論理式はCNFに変換可能

融合法 (§9.5)

- 融合法の性質
  - 3の追加できる新しい節が無い場合は伴意しない
  - このアルゴリズムは必ずしも停止するとは限らない。その場合は伴意するかどうかはわからない、ということになる。
  - 元々の知識ベースと質問の間に伴意関係が成り立っているのなら、このアルゴリズムは必ず停止する。

連言標準形(CNF)への変形 (§9.5.1)

- CNFへの変換手続き

1. $\alpha \Leftrightarrow \beta$を$(\alpha \Rightarrow \beta) \land (\beta \Rightarrow \alpha)$に置き換えることで、$\Leftrightarrow$を除去する

2. $\alpha \Rightarrow \beta$を$\neg\alpha \lor \beta$に置き換えることで$\Rightarrow$を除去する

3. 次の論理的同値関係を使うことで否定(¬)を内側へいれていく

$\neg\neg\alpha \equiv \alpha$ (二重否定除去)

$\neg(\alpha \land \beta) \equiv \neg\alpha \lor \neg\beta$ (ド・モルガンの法則)

$\neg(\alpha \lor \beta) \equiv \neg\alpha \land \neg\beta$ (ド・モルガンの法則)

$\neg\exists x\, P \equiv \forall x \neg P$

$\neg\forall x\, P \equiv \exists x \neg P$

連言標準形(CNF)への変形 (§9.5.1)

- CNFへの変換手続き

  4. 変数標準化: $(\forall x\ P(x)) \vee (\exists x\ P(x))$のような同じ変数を2回使用する文に対して、一方の変数の名称を改名する。

  例

$$(\forall x\ P(x)) \vee (\exists x\ P(x))$$
$$\downarrow$$
$$(\forall x\ P(x)) \vee (\exists y\ P(y))$$

連言標準形(CNF)への変形 (§9.5.1)

- CNFへの変換手続き

  5. スコーレム化(存在限量子の除去)

     - 簡単な場合には存在具体化(EI)と同じである。例えば、$\exists x\ P(x)$は$P(A)$と変換すればよい。ただし、Aは新しい定数である。
     - しかし、例えば、$\forall x \exists y\ Love(x, y)$に対し、$\forall x\ Love(x, A)$としてしまうと、ある$A$があって、それを全ての x が愛する、という解釈になってしまう。本来任意のxごとにあるyが存在していることになっているわけだから、この定数Aはxに依存しているはずである。

連言標準形(CNF)への変形 (§9.5.1)

- CNFへの変換手続き

  5. スコーレム化(存在限量子の除去)

     - そこで、$\forall x\ Love(x, F(x))$として、この定数はxに依存する関数だとする。このFはスコーレム関数(Skolem function)と呼ばれる。

連言標準形(CNF)への変形 (§9.5.1)

- CNFへの変換手続き

5. スコーレム化(存在限量子の除去)

   - ある∃yに対し、

     $$\cdots \forall x_1\left(\cdots \forall x_2\left(\cdots \forall x_n\left(\cdots \exists y\ P\right)\right)\right)$$

     となる全ての変数$x_1, x_2, \cdots, x_n$がスコーレム関数の引数となる。

   - $\exists y$を消去するには、Pに含まれる全てのyを$F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$に置き換える。ただしFは今まで使ったことのない関数記号。

   - 例えば、$\forall x \exists y[P(y) \wedge Q(x, y)]$をスコーレム化すると、$\forall x\left[P\left(F(x)\right) \wedge Q\left(x, F(x)\right)\right]$となる。

連言標準形(CNF)への変形(§9.5.1)

- CNFへの変換手続き

  5. スコーレム化(存在限量子の除去)

     - 存在限量子が全称限量子に囲まれていない場合(スコーレム関数の引数が0個となる場合)は関数ではなく定数として良い。ただし、定数は新しい定数。

連言標準形(CNF)への変形 (§9.5.1)

- CNFへの変換手続き

  6. 全称限量子の除去: 次の規則により全ての全称限量子を論理式の一番外側に追いだす。

$$\forall x\, P(x) \land Q \equiv \forall x\, (P(x) \land Q)$$
$$\forall x\, P(x) \lor Q \equiv \forall x\, (P(x) \lor Q)$$

一番外側の全称限量子は省略されることが多いので注意(この後の証明においても省略する)。

連言標準形(CNF)への変形 (§9.5.1)

- CNFへの変換手続き
  7. 次の論理的同値関係を使うことで、∨を∧に対して可能な限り分配する

$$\alpha \lor (\beta \land \gamma) \equiv (\alpha \lor \beta) \land (\alpha \lor \gamma)$$

以上の手続きによってCNFとなる。

連言標準形(CNF)への変形 (§9.5.1)

- 例: 「全ての動物を愛する人は誰かに愛されている」

$$\forall x\,[\forall y\,(Animal(y) \Rightarrow Loves(x,y)) \Rightarrow \exists y\,Loves(y,x)]$$

$\forall x\,[\neg\forall y\,(Animal(y) \Rightarrow Loves(x,y)) \lor \exists y\,Loves(y,x)]$ (含意の除去)

$\forall x\,[\neg\forall y\,(\neg Animal(y) \lor Loves(x,y)) \lor \exists y\,Loves(y,x)]$ (含意の除去)

$\forall x\,[\exists y \neg\,(\neg Animal(y) \lor Loves(x,y)) \lor \exists y\,Loves(y,x)]$ (否定を内側に入れる)

$\forall x\,[\exists y\,(Animal(y) \land \neg Loves(x,y)) \lor \exists y\,Loves(y,x)]$ (否定を内側に入れる)

$\forall x\,[\exists y\,(Animal(y) \land \neg Loves(x,y)) \lor \exists z\,Loves(z,x)]$ (変数名を書き換える)

$\forall x\,[(Animal(F(x)) \land \neg Loves(x,F(x))) \lor Loves(G(x),x)]$ (スコーレム化)

$\forall x\,\left[(Animal(F(x)) \lor Loves(G(x),x)) \land \left(\neg Loves(x,F(x)) \lor Loves(G(x),x)\right)\right]$ (分配律)

融合推論規則 (§9.5.2)

- 一階述語論理のための融合規則

融合規則(一般)

$$\frac{l_1 \vee \cdots \vee l_i \vee m \qquad\qquad \neg m' \vee n_1 \vee \cdots \vee \ n_j}{SUBST\left(\theta, l_1 \vee \cdots \vee l_i \vee n_1 \vee \cdots \vee \ n_j\right)}$$

ただし、$UNIFY(m, m') = \theta$となる。

$Animal(F(x)) \vee Loves(G(x), x)$と$\neg Loves(u, v) \vee \neg Kills(u, v)$
を融合すると$\theta = \{u/G(x), v/x\}$で単一化し、

$$Animal(F(x)) \vee \neg Kills(G(x), x)$$

証明の例題①(§9.5.3)

- 例:「アメリカ人が敵対国に武器を売るのは犯罪であると法律は述べている。Nonoという国はアメリカの敵国であり、ミサイルをもっていて、そのすべてがアメリカ人のColonel Westにより販売された。」

- 知識ベースKB:

$\forall x, y, z\ [American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)]$
$\exists x\ [Owns(Nono, x) \land Missile(x)]$
$\forall x\ [Missile(x) \land Owns(Nono, x) \Rightarrow Sells(West, x, Nono)]$
$\forall x\ [Missile(x) \Rightarrow Weapon(x)]$
$\forall x\ [Enemy(x, America) \Rightarrow Hostile(x)]$
$American(West)$
$Enemy(Nono, America)$

質問Q: $Criminal(West)$

証明の例題① (§9.5.3)

- $KB \land \neg Q$の連言標準形(CNF):

R_1: $\neg American(x) \lor \neg Weapon(y) \lor \neg Sells(x, y, z) \lor \neg Hostile(z) \lor Criminal(x)$

R_2: $Owns(Nono, M)$

R_3: $Missile(M)$

R_4: $\neg Missile(x) \lor \neg Owns(Nono, x) \lor Sells(West, x, Nono)$

R_5: $\neg Missile(x) \lor Weapon(x)$

R_6: $\neg Enemy(x, America) \lor Hostile(x)$

R_7: $American(West)$

R_8: $Enemy(Nono, America)$

R_9: $\neg Criminal(West)$

証明の例題① (§9.5.3)

- 証明

R_{10}:　$\neg American(West) \lor \neg Weapon(y) \lor \neg Sells(West, y, z) \lor \neg Hostile(z)$
(R_1とR_9より)

R_{11}:　$\neg Weapon(y) \lor \neg Sells(West, y, z) \lor \neg Hostile(z)$　　(R_7とR_{10}より)

R_{12}:　$\neg Missile(y) \lor \neg Sells(West, y, z) \lor \neg Hostile(z)$　　(R_5とR_{11}より)

R_{13}:　$\neg Sells(West, M, z) \lor \neg Hostile(z)$　　(R_3とR_{12}より)

R_{14}:　$\neg Missile(M) \lor \neg Owns(Nono, M) \lor \neg Hostile(Nono)$　　(R_4とR_{13}より)

R_{15}:　$\neg Owns(Nono, M) \lor \neg Hostile(Nono)$　　(R_3とR_{14}より)

R_{16}:　$\neg Hostile(Nono)$　　(R_2とR_{15}より)

R_{17}:　$\neg Enemy(Nono, America)$　　(R_6とR_{16}より)

R_{18}:　0　　(R_8とR_{17}より)

従って、$KB \land \neg Q$が充足不能であることが示せたため、KBがQを伴意することを示せた。

証明の例題② (§9.5.3)

- 例: 「動物が好きな人は誰かに愛される。動物を殺す人は誰にも愛されない。Jackは全ての動物を愛する。JackかCuriosityのどちらかが、Tunaという猫を殺した。Curiosityはその猫を殺したか？」

- 知識ベースKB:

$\forall x \left[\forall y \left(Animal(y) \Rightarrow Loves(x,y)\right) \Rightarrow \exists y\ Loves(y,x)\right]$
$\forall x \left[\exists y \left(Animal(y) \land Kills(x,y)\right) \Rightarrow \forall z\ \neg Loves(z,x)\right]$
$\forall x\ [Animal(x) \Rightarrow Loves(Jack,x)]$
$Kills(Jack,Tuna) \lor Kills(Curiosity,Tuna)$
$Cat(Tuna)$
$\forall x\ [Cat(x) \Rightarrow Animal(x)]$

質問Q: $Kills(Curiosity,Tuna)$

証明の例題② (§9.5.3)

- $KB \land \neg Q$の連言標準形(CNF):

R_1: $Animal(F(x)) \lor Loves(G(x), x)$
R_2: $\neg Loves(x, F(x)) \lor Loves(G(x), x)$
R_3: $\neg Animal(y) \lor \neg Kills(x, y) \lor \neg Loves(z, x)$
R_4: $\neg Animal(x) \lor Loves(Jack, x)$
R_5: $Kills(Jack, Tuna) \lor Kills(Curiosity, Tuna)$
R_6: $Cat(Tuna)$
R_7: $\neg Cat(x) \lor Animal(x)$
R_8: $\neg Kills(Curiosity, Tuna)$

証明の例題② (§9.5.3)

- 証明

R_9:　$Animal(Tuna)$　　(R_6とR_7より)

R_{10}:　$\neg Kills(x, Tuna) \vee \neg Loves(z, x)$　　(R_3とR_9より)

R_{11}:　$Kills(Jack, Tuna)$　　(R_5とR_8より)

R_{12}:　$\neg Loves(z, Jack)$　　(R_{10}とR_{11}より)

R_{13}:　$\neg Animal(F(Jack)) \vee Loves(G(Jack), Jack)$　　(R_2とR_4より)

R_{14}:　$Loves(G(Jack), Jack)$　　(R_1とR_{13}より)

R_{14}:　0　　(R_{12}とR_{14}より)

従って、$KB \wedge \neg Q$が充足不能であることが示せたため、KBがQを伴意することを示せた。

証明の例題② (§9.5.3)

- この証明を言葉で言い表すと

「CuriosityがTunaを殺さなかったとしよう。JackかCuriosityがやったことはわかっている。従って、Jackがやったに違いない。さて、Tunaは猫であり、猫は動物であるので、Tunaは動物である。動物を殺すものは誰にも愛されないので、誰もJackを愛さないことを知る。一方、Jackはすべての動物を愛するので、誰かがJackを愛している。そこで、矛盾に達する。従って、Curiosityが猫を殺した。」

証明の例題② (§9.5.3)

- これらの推論は伴意関係が成り立つか成り立たないかのyes/noを返してくれるだけ
- 一般には「誰が猫を殺したか？」という質問に対する答えを知りたい

証明の例題② (§9.5.3)

- 誰が殺したかの質問Qは$\exists w\ Kills(w, Tuna)$
- $KB \land \neg Q$に対して、

R_8:　$\neg Kills(w, Tuna)$

となる。これに対する推論は、

R_{11}:　$Kills(Jack, Tuna)$　　(R_5とR_8より)

を得る過程において、$\{w/Curiosity\}$とすればあとは同じ。

従って、wは$Curiosity$。

- このように質問における変数の束縛を記憶しておけば誰が？どれが？どこで？といった質問に対する答えを知ることができる。

証明の例題② (§9.5.3)

- しかし、存在を問う質問に対して融合法は構成的でない証明(nonconstructive proof)を作ることがある。例えば、

R_8:　$\neg Kills(w, Tuna)$

に対し、次の証明が与えられうる。

R_9:　$Kills(Jack, Tuna)$　　(R_5とR_8より)

R_{10}: 0　　(R_8とR_9より)

- これはwに対して2回束縛が行われており、$w/Curiosity$か$w/Jack$であるかのどちらかであるということだけを言っていることになる。このような解が得られることにはあまり意味がない。

証明の例題② (§9.5.3)

- この問題に対する一つの解法
  - 与えられた証明中で質問変数が一度しか束縛されないように融合の制限をかける。
  - 次の可能な解を求めるためにバックトラック(証明を巻き戻して別の束縛を与えて証明をやり直すこと)をする必要がある。

証明の例題② (§9.5.3)

- この問題に対するもう一つの解法
- 否定質問に特別な回答リテラル(answer literal)を加えて、$\neg Kills(w, Tuna) \vee Answer(w)$とする
- 非構成的証明に対しては、これは解を構成しない。

  R_8:　$\neg Kills(w, Tuna) \vee Answer(w)$

  に対し、

  R_9:　$Kills(Jack, Tuna) \vee Answer(Curiosity)$　　(R_5とR_8より)

  R_{10}:　$Answer(Curiosity) \vee Answer(Jack)$　　(R_8とR_9より)

  となり、ここで偽$(= 0)$となることはない。