知識工学　第10回

二宮　崇

教科書と資料

- 教科書
  - Artificial Intelligence: A Modern Approach (3rd Edition): Stuart Russell, Peter Norvig (著), Prentice Hall, 2009

- この講義のウェブサイト

http://aiweb.cs.ehime-u.ac.jp/~ninomiya/ke/

本日の講義内容

- 不確実性(§13)
- 不確実性のもとでの行為(§13.1)
- 確率付き命題 (§13.2)

不確実性(§13)

- 不確実性のもとでの行為(§13.1)
  - 部分的観察、非決定性、組合せから生じる不確実性
  - 制限条件記述問題 (qualification problem): 例外を全て列挙することは難しい
    - 例: 私の車は空港まで30分で着く。もし、ガス欠にならなかったら、隕石が落ちてこなかったら、…

どのような結論をだすのが合理的か？

不確実な知識の取り扱い(§13.1.1)

- 医学におけるルール記述の困難
  - 条件の完全列挙の困難さ: 全ての完全な条件と結論を記述することが難しい
  - 理論上の無知: 医学の領域に関しては完全な理論がない
  - 実際上の無知: 原因を調べるための完全なテストを行えているとは限らない

不確実な知識の取り扱い(§13.1.1)

- 医学におけるルール記述の困難
- $Toothache \Rightarrow Cavity$とするのは誤り
  - 他にも歯茎の病気(gum disease)や、歯膿瘍(abscess)などがあり得る
  - $Toothache \Rightarrow Cavity \lor GumDiseasese \lor Abscess \ldots$とするのが正解

- $Cavity \Rightarrow Toothache$としても誤り
  - 全ての虫歯が必ずしも痛みを伴うとも限らない。

不確実な知識の取り扱い(§13.1.1)

- 信念の強さ
- 文自体は実際には真か偽のいずれかであり、それを信じる強さを確率として定義する。c.f. 真偽の強さに関してはファジィ理論など
- 論理: 偽、未知、真
- 信念の強さ: 0(偽) ～ 1 (真)

不確実な知識の取り扱い(§13.1.1)

- 観測(より多くの証拠)によって確率が変化
  - 例: シャッフルしたトランプのカードをあてる。何も情報がなければそれぞれのカードに1/52の確率を与える。カードをみてしまえば、その確率は0か1になる。

不確実性と合理的意思決定 (§13.1.2)

- 意思決定理論 (decision theory)
  - 意思決定理論 = 確率論 + 効用理論
  - 効用(utility): 待ち時間や間に合わなかったときのペナルティを要素として、プランの良さを数値化したもの。効用関数。

  - 例: 飛行機に乗るため空港に到着するためのプランの作成: 可能な限り短い時間で到着するプランが良いか、余裕のあるプランが良いのか？

  - エージェントが合理的 ⇔可能な行為の中から期待効用が最も高い行為を選択

確率の基本的な記法 (§13.2)
確率について(§13.2.1)

- 標本空間 Ω
  - 全ての可能世界ωの集合
  - 例: サイコロ二つに対して36個の可能世界

- 可能世界
  - 世界の完全な記述
  - 互いに排他的かつ網羅的

- 全ての$\omega \in \Omega$に対し、
  - $0 \leq P(\omega) \leq 1$
  - $\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$

確率について(§13.2.1)

- 事象
  - 命題で記述される可能世界の集合
  - 命題ϕに対する確率
    - $P(\phi) = \sum_{\omega \in \phi} P(\omega)$

例: 二つのサイコロA, Bに対し、
P(合計が11) $= P(A$が5かつBが6$)) + P(A$が6かつBが5)
$= 1/36 + 1/36 = 1/18$

確率について(§13.2.1)

- 事前確率 (無条件確率) $P(a)$
  - 何も情報が無い場合の命題aに対する信念の度合い
  - 例: 虫歯を持っているという事前確率

$$P(cavity) = 0.1$$

確率について(§13.2.1)

- 事後確率(条件付確率) $P(a|b)$
  - 証拠(evidence) bが与えられた時のaの確率
  - 例: 歯痛があったときの虫歯の確率

$$P(cavity|toothache) = 0.6$$

$$P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)} s.t. P(b) > 0 \Leftrightarrow P(a \wedge b) = P(a|b)P(b)$$

確率付き命題の言語 (§13.2.2)

- 確率付き命題
  - 命題論理と制約充足表現に対する確率モデル
  - 可能世界は、変数と値の対の集合で表現
- 確率変数 (random variable)
  - 可能世界を構成する変数
- 定義域 (domain)
  - 確率変数が取り得る値の範囲

確率付き命題の言語 (§13.2.2)

- 確率変数の種類
  - 論理確率変数 (boolean random variable)
    - 真$(=1)$か偽$(=0)$の定義域を持つ確率変数

      例: $Cavity$
    - 省略表現
      - $Cavity = 1$を$cavity$
      - $Cavity = 0$を$\neg cavity$

確率付き命題の言語 (§13.2.2)

- 確率変数の種類
  - 離散確率変数 (discrete random variable)
    - 離散値を定義域として持つ確率変数

      例: 離散確率変数$Weather$の定義域

      $\{sunny, rainy, cloudy, snow\}$

    - 省略表現
      - 混乱がなければ$Weather = snow$を$snow$と略す
  - 連続確率変数 (continuous random variable)
    - 実数値を定義域とする確率変数

確率付き命題の言語 (§13.2.2)

- 確率変数の例
  - $Cavity$は論理確率変数
  - Ageの定義域$\{juvenile, teen, adult\}$

$$P(cavity|\neg toothache \land teen) = 0.1$$

確率付き命題の言語 (§13.2.2)

- 確率分布 (probability distribution)
  - 離散確率変数の全ての値の確率を表で表す

例

$$P(Weather = sunny) = 0.7$$
$$P(Weather = rain) = 0.2$$
$$P(Weather = cloudy) = 0.08$$
$$P(Weather = snow) = 0.02$$

に対し、

$Weather$	$P(Weather)$
$sunny$	0.7
$rain$	0.2
$cloudy$	0.08
$snow$	0.02

確率付き命題の言語 (§13.2.2)

- 結合確率分布 (joint probability distribution)
  - $P(Weather, Cavity)$のように、複数の確率変数を並べ全ての組合せの確率を表す
  - $P(Weather, Cavity)$は8行(=4×2)×3列の表で表せる
- 完全結合確率分布 (full joint probability distribution)
  - 世界を構成する全ての確率変数に対する結合確率分布

確率付き命題の言語 (§13.2.2)

- 連続確率変数を含む場合は表は使えない。確率密度関数を用いて表記。
  - $P(NoonTemp = x) = f(x)$

確率論の公理 (§13.2.3)

- 公理
  1. 全てのωに対し、$0 \leq P(\omega) \leq 1$
  2. $\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$
  3. 命題ϕに対する確率 $P(\phi) = \sum_{\omega \in \phi} P(\omega)$

- 定理
  1. $P(\neg a) = 1 - P(a)$
  2. $P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$

- コルモゴロフの公理
  - 公理1,2 定理2