

平成 25 年度人工知能特論 II 第 2 回レポート課題

次の問題 1~3 を解いて解答を提出せよ。

- 締切: 2014 年 2 月 14 日(金)
- 提出方法: 工学部 4 号館 604 号室の前においてある箱に提出する。レポートの一番上には、講義名、所属、学生証番号、名前を記入せよ。

問題 1

ある観測データに対し混合正規分布を仮定し、EM アルゴリズムによるパラメータ更新式を導出せよ。ただし、観測データ、混合正規分布、求めるべきパラメータは次のとおりとする。

- 観測データは $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ とする。ただし、各 x_i は実数値(スカラー)とする。
- 混合正規分布は K 個の正規分布から成るとする。
- k 番目の正規分布 \mathcal{N}_k は次のように定義する。(各 μ_k, σ_k は実数値)

$$\mathcal{N}_k(x) = \mathcal{N}(x; \mu_k, \sigma_k^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma_k^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_k^2}(x - \mu_k)^2\right\}$$

- データ全体に対する混合正規分布

$p(y_k)$ を k 番目の正規分布が生成される確率とし、 $p(y_k) = \lambda_k$ とおく。

$p(x|y_k) = \mathcal{N}_k(x)$ であるため、データ全体の確率分布は、

$$p(X) = \prod_{i=1}^N \sum_{k=1}^K p(y_k) p(x_i|y_k) = \prod_{i=1}^N \sum_{k=1}^K \lambda_k \mathcal{N}_k(x_i) = \prod_{i=1}^N \sum_{k=1}^K \lambda_k \mathcal{N}(x_i; \mu_k, \sigma_k^2)$$

となる。ただし、 $0 \leq \lambda_k \leq 1$ (for all k) であり、 $\sum_{k=1}^K \lambda_k = 1$ である。

- 求めるべきパラメータ更新式: $\lambda_k, \mu_k, \sigma_k^2$

問題 2

ラベル集合を Q 、入力を x 、出力を $q_1 q_2 \dots q_T$ としたとき、Linear-chain CRF は次のように定義される。

$$p(q_1 q_2 \dots q_T | x) = \frac{1}{Z_x} \prod_{t=1}^T \exp\left\{\sum_j \lambda_j f_j(q_{t-1}, q_t, x, t)\right\}$$

$$Z_x = \sum_{q'_1 \in Q, \dots, q'_T \in Q} \prod_{t=1}^T \exp\left\{\sum_j \lambda_j f_j(q'_{t-1}, q'_t, x, t)\right\}$$

ただし、 $q_0 = DUMMY$ (ダミーのラベル)とし、素性関数 f の引数は次のように定義される。

f (時刻 $t-1$ のラベル, 時刻 t のラベル, 入力, 時刻)

また、 λ_j は f_j に対する重みとする。前向きスコア α と後ろ向きスコア β を次のように定義する。

$$\alpha(t, q) = \sum_{q_1 \in Q, \dots, q_{t-1} \in Q} \left(\prod_{u=1}^{t-1} e^{\sum_j \lambda_j f_j(q_{u-1}, q_u, x, u)} \right) e^{\sum_j \lambda_j f_j(q_{t-1}, q, x, t)}$$

$$\beta(t, q) = \sum_{q_{t+1} \in Q, \dots, q_T \in Q} e^{\sum_j \lambda_j f_j(q, q_{t+1}, x, t+1)} \left(\prod_{u=t+2}^T e^{\sum_j \lambda_j f_j(q_{u-1}, q_u, x, u)} \right)$$

このとき、ある時刻 t のラベル q_t に対する周辺確率 $p(q_t | x)$ を α, β を用いて求めよ。ただし、

$$p(q_t | x) = \sum_{q_1 \in Q, \dots, q_{t-1} \in Q} \sum_{q_{t+1} \in Q, \dots, q_T \in Q} p(q_1 \dots q_T | x)$$

である。

問題 3

下の PCFG と次の文が与えられているとする。

“香織 と 恵 が 送った 手紙 を 読んだ”

PCFG 構文解析のための CKY アルゴリズム(ビタビアルゴリズム)を用いてこの文に対する CKY テーブルを完成させよ。バックトラックのためのポインタを記載する必要はない。非終端記号とその確率値のペアだけを CKY テーブルに記入せよ。

書換規則	各規則の適用確率
S → SUBJ VP	0.4
S → VP	0.6
SUBJ → N が	1.0
VP → OBJ V	0.4
VP → V	0.6
OBJ → N を	1.0
N → S N	0.1
N → N と N	0.2
V → 送った	0.6
V → 読んだ	0.4
N → 香織	0.2
N → 恵	0.2
N → 手紙	0.3